ОП «Политология», 2021-22
Введение в ТВиМС
Дискретные случайные величины: введение (разбор)
А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, П. В. Ревина

Задача 1. Гарри сидит за столом в Большом Зале, завтракает и ждет почту. С вероятностью 0.2 ему может прийти письмо от профессора МакГонагалл, с вероятностью 0.7 – от Хагрида. Известно, что МакГонагалл и Хагрид действуют независимо. Постройте ряд распределения числа полученных Гарри.

Решение. Для удобства зафиксируем данные условия. У нас есть две бинарные величины X и Y, которые описывают число писем, которое могут прислать Гарри каждый из отправителей:

X (МакГонагалл)	0	1
p	0.8	0.2

Y (Хагрид)	0	1
p	0.3	0.7

Интересующая нас случайная величина $X + Y$ – число полученных Гарри писем. Какие у этой величины значения? А такие: 0 (никто не написал Гарри), 1 (либо написала только профессор МакГонагалл, либо только Хагрид), 2 (оба написали). Осталось сопоставить этим значения вероятности.

X+Y	0	1	2
p	0.14	0.62	0.24

Случай 1. Оба написали одновременно – работает правило умножения (события независимы), перемножаем вероятности из условия:

$$\mathrm{P}(X = 2) = 0.2 \times 0.7 = 0.14.$$

Случай 2. Никто не написал – тоже работает правило умножения, только нас интересуют обратные условию события, вычитаем вероятности из 1:

$$\mathrm{P}(X = 0) = (1 - 0.2) \times (1 - 0.7) = 0.24.$$

Случай 3. Либо профессор МакГонагалл написала, а Хагрид не написал, либо наоборот. Тут работает и правило умножения, и правило сложения. Умножения – когда одновременно пишет один и не пишет другой, сложения – когда мы рассматриваем ситуацию «или-или», или написал только первый, или только второй.

$$\mathrm{P}(X = 1) = 0.2 \times (1 - 0.7) + (1 - 0.2) \times 0.7 = 0.06 + 0.56 = 0.62.$$

В данном случае удобнее было получить эту вероятность как

$$\mathrm{P}(X = 1) = 1 - \mathrm{P}(X = 0) - \mathrm{P}(X = 2) = 1 - 0.14 - 0.24 = 0.62,$$

но более общее решение выше важно, поскольку в случае большего числа значений у случайной величины найти вероятность просто вычитанием не получится.