

ОП «Политология», 2020-21

Введение в ТВиМС

Проверка статистических гипотез. (19.05.2021 или 21.05.2021)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева

Задача 1. В таблице ниже приведены значения индекса качества государственного управления Government Effectiveness и индекса политических свобод Freedom House для семи случайно отобранных стран. Обратите внимание, что большие значения индекса FH соответствуют меньшему объему политических свобод в государстве, тогда как большие значения индекса GE присваиваются государствам с лучшим качеством управления.

| i | GE | FH |
|-----|-------|----|
| 1 | -0.11 | 1 |
| 2 | -0.22 | 3 |
| 3 | -1.44 | 7 |
| 4 | -1.56 | 5 |
| 5 | 0.99 | 1 |
| 6 | 0.38 | 2 |
| 7 | -0.35 | 4 |

- (а) Посчитайте коэффициент корреляции Спирмена между этими двумя показателями.

Решение. Чтобы посчитать коэффициент Спирмена, запишем ранги наблюдений в выборках. Если наблюдение встречается более одного раза, считаем средний ранг.

Первая выборка:

-1.56 -1.44 -0.35 -0.22 -0.11 0.38 0.99
① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

Вторая выборка:

1 1 2 3 4 5 7
①.5 ①.5 ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦

Перенесём ранги в таблицу (K – ранги для первой выборки, L – ранги для второй выборки). Заодно посчитаем разности рангов $d = K - L$ и квадраты разностей рангов d^2 :

| i | GE | FH | K | L | d | d^2 |
|-----|-------|----|---|-----|-----|-------|
| 1 | -0.11 | 1 | 5 | 1.5 | 3.5 | 12.25 |
| 2 | -0.22 | 3 | 4 | 4 | 0 | 0 |
| 3 | -1.44 | 7 | 2 | 7 | -5 | 25 |
| 4 | -1.56 | 5 | 1 | 6 | -5 | 25 |
| 5 | 0.99 | 1 | 7 | 1.5 | 4.5 | 20.25 |
| 6 | 0.38 | 2 | 6 | 3 | 3 | 9 |
| 7 | -0.35 | 4 | 3 | 5 | -2 | 4 |

Для того, чтобы посчитать коэффициент Спирмена, нам понадобится сумма квадратов разностей рангов – сумму столбца d^2 :

$$\sum_{i=1}^{n=7} d_i^2 = 12.25 + 0 + 25 + 25 + 20.25 + 9 + 4 = 95.5.$$

Теперь подставим все данные в формулу и найдем коэффициент Спирмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 95.5}{7(7^2 - 1)} \approx -0.71.$$

- (b) Проверьте на 5% уровне значимости гипотезу об отсутствии связи между политическими свободами и качеством государственного управления против двухсторонней альтернативы. Укажите нулевую и альтернативные гипотезы, выполните действия, необходимые для проверки гипотезы, сделайте статистический и содержательный вывод.

Решение. Сформулируем гипотезы:

H_0 : признаки независимы (связи нет)

H_1 : признаки не независимы (связь есть)

Найдем наблюдаемое значение статистики критерия:

$$z_{\text{набл}} = \rho \cdot \sqrt{n-1} = -0.71 \cdot \sqrt{7-1} = -1.74.$$

Найдем p-value (альтернатива двусторонняя):

$$\begin{aligned} \text{p-value} &= P(|z| > z_{\text{набл}}) = 2 \cdot P(z < -z_{\text{набл}}) = 2 \cdot \Phi(-z_{\text{набл}}) = 2 \cdot (1 - \Phi(z_{\text{набл}})) = \\ &= 2 \cdot (1 - \Phi(1.74)) = 2 \cdot (1 - 0.9591) = 2 \cdot 0.0409 = 0.0818. \end{aligned}$$

Проверяем нулевую гипотезу на 5%-ном уровне значимости:

$$0.0818 > 0.05 \Rightarrow H_0 \text{ не отвергается.}$$

Статистический вывод: на 5%-ном уровне значимости нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Содержательный вывод: показатели Government Effectiveness и Freedom House не связаны (в данном случае выявить связь не позволяет маленький объем выборки).