

ОП «Политология», 2020-21**Введение в ТВиМС****Биномиальное распределение. Совместное распределение случайных величин. (27.01.2021 или 29.01.2021)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева*

Задача 1. Случайные величины X и Y независимы. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины V , если известно, что $E(X) = 1$, $E(Y) = 5$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 4$.

- (a) $V = -6X + 3Y$;
- (b) $V = 5X - 2Y - 3$.

Задача 2. Известно, что карточка с Годриком Гриффиндором попадает в коробочку с шоколадной лягушкой в 30% случаев. У Невилла Долгопупса есть запас из 6 шоколадных лягушек, купленных в разное время в разных местах. С какой вероятностью среди них попадётся:

- (a) ровно 3 карточки с Годриком Гриффиндором;
- (b) менее 2 карточек с Годриком Гриффиндором;
- (c) не менее 4 карточек с Годриком Гриффиндором?

Пусть X – число шоколадных лягушек с карточкой, на которой изображён Годрик Гриффиндор. Найдите математическое ожидание и дисперсию X .

Задача 3. Летний вечер. Ёжик и медвежонок пьют чай и собираются смотреть на звёзды. Известно, что за ночь падает примерно 10000 звёзд. Вероятность увидеть падающую звезду равна 0.025.¹ Пусть случайная величина N – число падающих звёзд, которые увидят ёжик с медвежонком. Найдите математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины N .

Задача 4. Известно совместное распределение случайных величин X и Y . Каждая из этих случайных величин соответствует одному вопросу в некотором тесте знаний и описывает правильность ответа на него:

$X \setminus Y$	0	1
0	0.3	0.1
1	0.1	0.5

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- (b) Проверьте, являются ли случайные величины независимыми.
- (c) Найдите условную вероятность $P(Y = 1 \mid X = 1)$ и сравните её с безусловной вероятностью $P(Y = 1)$.
- (d) Запишите ряд распределения числа правильных ответов на эти два вопроса – суммы случайных величин. Запишите ряд распределения произведения случайных величин $X \cdot Y$.

¹Конечно, звёзды не падают, это метеоры, но так интереснее.

Задача 5. В психологическом тесте два вопроса имеют по три варианта ответа на каждый. Каждому из вариантов ответа на каждый вопрос присваивается сырой балл: 0, 1, 2 в зависимости от выраженности тестируемого свойства. Совместное распределение сырых баллов за каждый ответ задано таблицей:

$X \setminus Y$	0	1	2
0	0.2	0.05	0
1	0.15	0.1	0.05
2	0.05	0.2	?

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- (b) Можно ли считать, что ответы на вопросы независимы?
- (c) Найти условные вероятности $P(Y = 2 \mid X = 2)$ и $P(Y = 2 \mid X = 0)$.
- (d) Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $X \cdot Y$.