

## ОП «Политология», 2020-21

## Введение в ТВиМС

## Дополнительные задачи (12.05.2021 или 14.05.2021)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева

При проверке статистических гипотез мы можем совершить два типа ошибок:

- Ошибка первого рода (I Type Error) – вероятность отвергнуть нулевую гипотезу при условии, что она верна.
- Ошибка второго рода (II Type Error) – вероятность не отвергнуть нулевую гипотезу при условии, что она неверна.

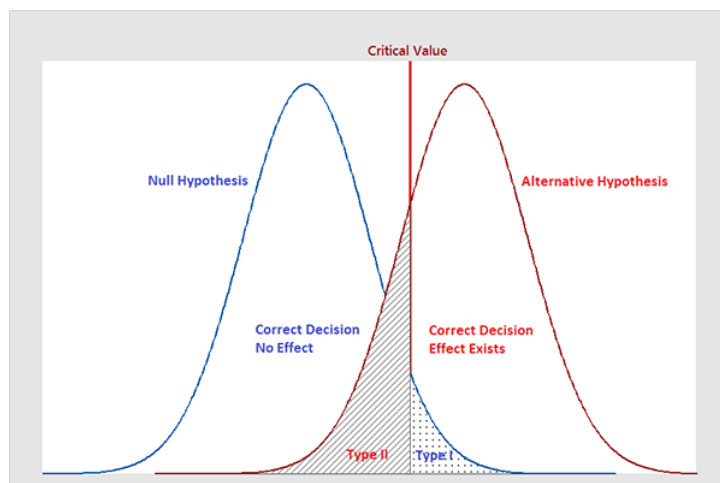
Таким образом, ошибка первого рода – это просто уровень значимости, который мы принимаем в задаче:

$$P(H_0 \text{ отвергаем} \mid H_0 \text{ верна}).$$

С ошибкой второго рода всё сложнее:

$$P(H_0 \text{ не отвергаем} \mid H_0 \text{ неверна}).$$

Почему сложнее? Потому что для того, чтобы её найти, нам понадобится понять, как выглядит распределение параметра в случае, если  $H_0$  неверна и мы соглашаемся на альтернативную гипотезу. Графически ошибку второго рода можно представить так (здесь альтернативная гипотеза является правосторонней):



**Задача 1.** Нарисуйте график, аналогичный графику выше, но при условии, что альтернативная гипотеза является левосторонней.

**Задача 2.** Студенты в рамках проекта по социологии опросили 121 человека и выяснили, что 43% опрошенных хотя бы раз в жизни мечтали заняться экстремальным видом спорта. Можно ли считать, что доля людей, хотя бы раз в жизни мечтавших заняться экстремальным видом спорта, равна 0.45? Проверьте соответствующую гипотезу, приняв уровень значимости равным 5%.

- (a) Запишите нулевую и альтернативную гипотезы, считая что альтернативная гипотеза является односторонней (направление выберите, исходя из данных).
- (b) Запишите, какое распределение имеет выборочная доля  $\hat{p}$  при условии, что нулевая гипотеза верна. Укажите название распределения и его параметры.
- (c) Найдите критическое значение  $z$  ( $z_{critical}$ ), соответствующее условию задачи. Не забудьте правильно учесть знак!
- (d) Найдите такое значение доли  $p^*$ , для которого верно равенство ( $\beta$  – уровень доверия):

$$P(z \geq z_{critical}) = \beta.$$

- (e) Выберите любое значение  $p$ , которое противоречит нулевой гипотезе, но не противоречит альтернативной гипотезе. Обозначьте его  $p_1$ .
- (f) Найдите вероятность  $P(p > p^* \mid p = p_1 \text{ и } n = 121)$ . Поздравляю, вы нашли ошибку второго рода!