

ОП «Политология», 2020-21

Введение в ТВиМС

Дополнительные задачи (12.05.2021 или 14.05.2021)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева

При проверке статистических гипотез мы можем совершить два типа ошибок:

- Ошибка первого рода (I Type Error) – вероятность отвергнуть нулевую гипотезу при условии, что она верна.
- Ошибка второго рода (II Type Error) – вероятность не отвергнуть нулевую гипотезу при условии, что она неверна.

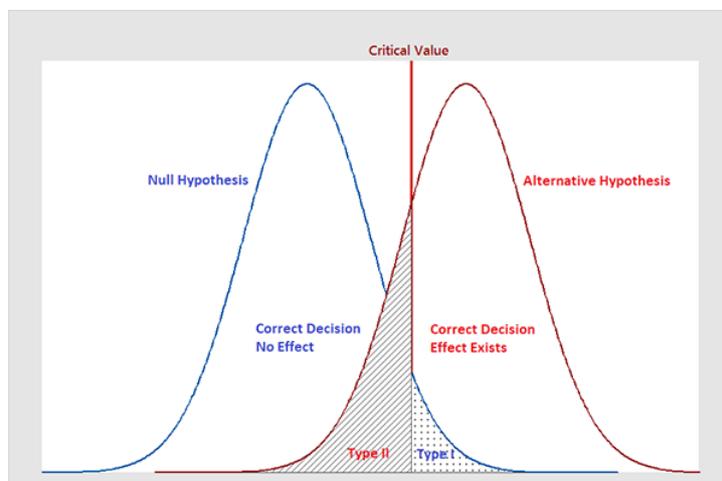
Таким образом, ошибка первого рода – это просто уровень значимости, который мы принимаем в задаче:

$$P(H_0 \text{ отвергаем} \mid H_0 \text{ верна}).$$

С ошибкой второго рода всё сложнее:

$$P(H_0 \text{ не отвергаем} \mid H_0 \text{ неверна}).$$

Почему сложнее? Потому что для того, чтобы её найти, нам понадобится понять, как выглядит распределение параметра в случае, если H_0 неверна и мы соглашаемся на альтернативную гипотезу. Графически ошибку второго рода можно представить так (здесь альтернативная гипотеза является правосторонней):



Задача 1. Нарисуйте график, аналогичный графику выше, но при условии, что альтернативная гипотеза является левосторонней.

Задача 2. Студенты в рамках проекта по социологии опросили 121 человека и выяснили, что 43% опрошенных хотя бы раз в жизни мечтали заняться экстремальным видом спорта. Можно ли считать, что доля людей, хотя бы раз в жизни мечтавших заняться экстремальным видом спорта, равна 0.45? Проверьте соответствующую гипотезу, приняв уровень значимости равным 5%.

- (a) Запишите нулевую и альтернативную гипотезы, считая что альтернативная гипотеза является односторонней (направление выберите, исходя из данных).
- (b) Запишите, какое распределение имеет выборочная доля \hat{p} при условии, что нулевая гипотеза верна. Укажите название распределения и его параметры.
- (c) Найдите критическое значение z ($z_{critical}$), соответствующее условию задачи. Не забудьте правильно учесть знак!
- (d) Найдите такое значение доли p^* , для которого верно равенство (β – уровень доверия):

$$P(z \geq z_{critical}) = \beta.$$

- (e) Выберите любое значение p , которое противоречит нулевой гипотезе, но не противоречит альтернативной гипотезе. Обозначьте его p_1 .
- (f) Найдите вероятность $P(p > p^* \mid p = p_1 \text{ и } n = 121)$. Поздравляю, вы нашли ошибку второго рода!