

**Математика и статистика, часть 2****Проверка статистических гипотез (21.05.2020)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок*

**Задача 1.** Представим, что мы продолжаем исследовать вовлеченность студентов московских вузов в благотворительность. Мы опросили 100 студентов разных вузов и выяснили, что среди них 60 человек принимают участие в благотворительных ярмарках, передают вещи детским домам и домам престарелых и более-менее регулярно деляют пожертвования в благотворительные фонды. Используя имеющиеся данные, проверьте следующие гипотезы, рассчитывая критическую область и  $p$ -value:

- Истинная доля студентов, активно участвующих в благотворительности, равна 0.5 против двухсторонней альтернативы на 95% уровне значимости.
- Истинная доля студентов, активно участвующих в благотворительности, равна 0.5 против двухсторонней альтернативы на 99% уровне значимости. Какой вывод мы можем сделать, если бы нам было известно, что истинное значение  $p = 0.6$ ?
- Истинная доля студентов, активно участвующих в благотворительности, равна 0.7 против левосторонней альтернативы на 95% уровне значимости.

**Задача 2.** Для стандартной нормальной случайной величины  $Z$  найти:

- Границы интервала «нетипично больших значений», в который эта величина попадает с вероятностью 0.05.
- Границы интервала «нетипично больших по модулю значений», в который эта величина попадает с вероятностью 0.1.
- Вероятность  $P(Z < -1.73)$ ;
- Вероятность  $P(|Z| > 1.15)$ .

**Задача 3.** Вася, изучив статистические методы, сконструировал свой индекс политических свобод. Случайным образом он выбрал 11 стран и выяснил, что среднее значение индекса свобод для стран в выборке равно 5, а выборочная дисперсия равна 9.

- Постройте 95%-ный доверительный интервал для среднего значения индекса политических свобод. Проинтерпретируйте его.
- Можно ли считать, что среднее значение индекса свобод для всех стран в мире равно 4? Сформулируйте подходящую статистическую гипотезу, которую необходимо проверить для ответа на этот вопрос. Сформулируйте одностороннюю альтернативную гипотезу (направление выберите исходя из данных). Какой критерий мы будем использовать для проверки гипотезы?
- Представьте, что вам необходимо построить критическую область для значений статистики выбранного критерия. Постройте критическую область, считая, что:
  - гипотеза проверяется на 10%-ном уровне значимости;
  - гипотеза проверяется на 5%-ном уровне значимости;
  - гипотеза проверяется на 1%-ном уровне значимости,
- Наблюдаемое значение статистики критерия оказалось равным 1.11. Какой вывод относительно нулевой гипотезы можно сделать?

- (e) Представьте, что теперь эту задачу нам пришлось бы решать, используя  $p$ -value. Что такое  $p$ -value в нашей конкретной задаче?
- (f) Запишите, как бы выглядело  $p$ -value в этом случае. Давайте найдем его, используя  $R$ . Какой содержательный вывод, исходя из  $p$ -value, мы можем сделать (рассмотрите все три уровня значимости, предложенные в задаче)?
- (g) Можно ли проверить нулевую гипотезу, используя доверительный интервал? Если да, то как?