

ОП «Политология», 2019-20**Математика и статистика, часть 2****Математическое ожидание и дисперсия биномиальной случайной величины. Совместное распределение (07.02.2020)***А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок*

Задача 1. Известно, что 60% студентов очной формы обучения совмещают обучение с работой. Для проведения интервью мы случайным образом выбираем 10 студентов.

- Какова вероятность того, что среди выбранных респондентов будет ровно 4 работающих студента?
- Какова вероятность того, что среди выбранных респондентов будет не менее 8 работающих студентов?
- Сколько работающих студентов, в среднем, мы можем встретить среди выбранных 10 студентов?
- Пусть X – число работающих студентов среди выбранных 10 респондентов. Найдите дисперсию и стандартное отклонение случайной величины X .

Задача 2. Летний вечер. Ежик и медвежонок пьют чай и собираются смотреть на звезды. Известно, что за ночь падает примерно 10000 звезд. Вероятность увидеть падающую звезду равна 0.025.¹ Пусть случайная величина N – число падающих звезд, которые увидят ежик с медвежонком. Найдите математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины N .

Задача 3. Случайные величины X и Y независимы. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины V , если известно, что $E(X) = 1$, $E(Y) = 5$, $D(X) = 3$, $D(Y) = 4$.

- $V = -6X + 3Y$;
- $V = 5X - 2Y - 3$.

Задача 4. Известно совместное распределение случайных величин X и Y . Каждая из этих случайных величин соответствует одному вопросу в некотором тесте знаний и описывает правильность ответа на него:

$X \setminus Y$	0	1
0	0.3	0.1
1	0.1	0.5

- Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- Проверьте, являются ли случайные величины независимыми.
- Найдите условную вероятность $P(Y = 1 | X = 1)$ и сравните ее с безусловной вероятностью $P(Y = 1)$.

¹Конечно, звезды не падают, это метеоры, но так интереснее.

- (d) Запишите ряд распределения числа правильных ответов на эти два вопроса – суммы случайных величин. Запишите ряд распределения произведения случайных величин $X \cdot Y$.

Задача 5. В психологическом тесте два вопроса имеют по три варианта ответа на каждый. Каждому из вариантов ответа на каждый вопрос присваивается сырой балл: 0, 1, 2 в зависимости от выраженности тестируемого свойства. Совместное распределение сырых баллов за каждый ответ задано таблицей:

$X \setminus Y$	0	1	2
0	0.2	0.05	0
1	0.15	0.1	0.05
2	0.05	0.2	?

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
(b) Можно ли считать, что ответы на вопросы независимы?
(c) Найти условные вероятности $P(Y = 2 \mid X = 2)$ и $P(Y = 2 \mid X = 0)$.
(d) Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $X \cdot Y$.