

Математические и статистические методы в психологии

Семинар 4. Дискретные случайные величины. (25.09.2019)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок, Е. П. Шеремет

Задача 1. Вопрос теста знаний содержит два независимых вопроса с четырьмя вариантами ответа на каждый вопрос. Студент отвечает на вопросы теста наугад.

- (a) Выпишите распределение случайной величины «число правильных ответов» на один вопрос теста;
- (b) Выпишите распределение случайной величины «число правильных ответов на два вопроса».

Задача 2. Дано распределение случайной величины X , описывающей количество чашек кофе, выпиваемых студентами некоторого крупного вуза за день.

X	0	1	2	3
P	0.2	0.4	0.3	0.1

Найдите:

- (a) Среднее число чашек кофе, которое выпивают студенты за день.
- (b) $E(X^2)$.
- (c) Вариацию (дисперсию) числа чашечек кофе $\text{Var}(X)$.

Задача 3. Известно совместное распределение случайных величин X и Y . Каждая из этих случайных величин соответствует одному вопросу в некотором тесте знаний и описывает правильность ответа на него:

$X \setminus Y$	0	1
0	0.3	0.1
1	0.1	0.5

- (a) Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- (b) Проверьте, являются ли случайные величины независимыми.
- (c) Найдите условную вероятность $P(Y = 1 \mid X = 1)$ и сравните её с безусловной вероятностью $P(Y = 1)$.
- (d) Найдите распределение числа правильных ответов на эти два вопроса – суммы случайных величин.
- (e) Найдите распределение произведения случайных величин.
- (f) Найдите математическое ожидание суммы и произведения этих случайных величин.

Задача 4. В психологическом тесте два независимых вопроса имеют по три варианта ответа на каждый. Каждому из вариантов ответа на каждый вопрос присваивается сырой балл: 0, 1, 2 в зависимости от выраженности тестируемого свойства. Распределение случайной величины – количество сырых баллов, полученных при ответе на первый вопрос, задано таблицей:

X	0	1	2
P	0.1	0.1	0.8

Распределение случайной величины Y – количество сырых баллов, полученных при ответе на второй вопрос, задано таблицей:

Y	0	1	2
P	0.1	0.2	0.7

- Постройте таблицу совместного распределения случайных величин X и Y .
- Найдите распределение суммы и произведения случайных величин X и Y .
- Найдите математическое ожидание суммы случайных величин X и Y .
- Найдите условную вероятность $P(Y = 2 \mid X = 2)$.

Задача 5. В психологическом тесте два вопроса имеют по три варианта ответа на каждый. Каждому из вариантов ответа на каждый вопрос присваивается сырой балл: 0, 1, 2 в зависимости от выраженности тестируемого свойства. Совместное распределение сырых баллов за каждый ответ задано таблицей:

$X \setminus Y$	0	1	2
0	0.2	0.05	0
1	0.15	0.1	0.05
2	0.05	0.2	?

- Запишите маргинальные распределения случайных величин X и Y .
- Можно ли считать, что ответы на вопросы независимы?
- Найти условные вероятности $P(Y = 2 \mid X = 2)$ и $P(Y = 2 \mid X = 0)$.
- Найдите распределение суммы и произведения случайных величин X и Y .
- Найдите математическое ожидание суммы случайных величин X и Y .