

Математические и статистические методы в психологии

Семинар 2. Операции с событиями. Условная вероятность. (11.09.2019)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок, Е. П. Шеремет

Задача 1. Два студента независимо сдают экзамен. Вероятность получить отличную оценку у первого студента – 0.3, а у второго – 0.4.

- (a) Найти вероятность, что только один из них получит отличную оценку.
- (b) Найти вероятность, что хотя бы один из них получит отличную оценку.
- (c) Найти вероятность, что оба не получат отличной оценки.

Задача 2. Экзамен по теории вероятностей состоит из трех независимых частей. Чтобы сдать экзамен, студент должен получить не менее 4 баллов за каждую из частей. Вася лучше подготовлен к первой части: вероятность получить не менее 4 баллов за нее составляет 0.9, за вторую – 0.5, за третью – 0.4. Найдите вероятность того, что Вася не сдаст экзамен.

Задача 3. Тест состоит из двух вопросов. Каждый из вопросов имеет 6 вариантов ответа, характеризующих степень согласия респондента и лежащих в границах от 1 (полностью не согласен) до 6 (полностью согласен). Респонденту требуется выбрать только один из вариантов ответа. Пусть событие A – ответ на первый вопрос не превышает 3, событие B – сумма ответов равна 8. Считаем, что ответ на вопрос дается случайно.

- (a) Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию A ;
- (b) Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию B ;
- (c) Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событиям A и B одновременно;
- (d) Найдите вероятность события $A \cap B$;
- (e) Найдите вероятность события $A \cup B$;
- (f) Найдите вероятность события A при условии B ;
- (g) Найдите вероятность события B при условии A .

Задача 4. В опросе, посвященном измерению стрессоустойчивости, приняло участие 800 человек. С утверждением A – «Я испытываю проблемы со сном накануне важных для меня событий» согласились 640 респондентов. С утверждением B – «Я редко ощущаю растерянность в непредвиденных ситуациях» не согласились 500 респондентов. Одновременно с утверждениями A и B согласились 220 опрошенных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный респондент согласился либо с утверждением A , либо с утверждением B .

Задача 5. В некоторой стране доля жителей, проживающих в столице, составляет 10% от всего населения страны. 5% жителей этой страны идентифицируют себя как средний класс. Доля граждан, которые идентифицируют себя как средний класс среди жителей столицы, составляет 20%. Социолог случайным образом отобрал для опроса одного из граждан этой страны. Являются ли события A – «гражданин живет в столице» и B – «гражданин идентифицирует себя как средний класс» независимыми?

Задача 6. Эксперимент, оценивающий эффективность нового лекарства от простуды, показал следующие результаты:

	Лекарство	Плацебо	Всего
Не заболели	739	727	?
Заболели	74	89	?
Всего	?	?	1629

Заполните таблицу и ответьте на следующие вопросы:

- Какова вероятность того, что случайно выбранный участник эксперимента одновременно принял лекарство и заболел?
- Какова вероятность, что заболел случайно выбранный участник эксперимента, принявший лекарство?
- Какова вероятность, что заболел случайно выбранный участник эксперимента, принявший плацебо?
- Какова вероятность, что случайно выбранный заболевший участник эксперимента выпил плацебо?
- Связана ли вероятность заболеть с принятием нового лекарства?

Задача 7. (*) Газета «Комсомольская правда» писала: «новый антитабачный законопроект одобряет большинство наших экономически активных сограждан (66%).<...> Удивительно, но в поддержку запрета высказываются и многие курильщики — среди них этот показатель составил 42% (среди некурящих россиян инициативу Минздрава одобряют 75%)» (<http://www.kp.ru/daily/25964/2903066/>).¹

Выберем случайного человека среди экономически активных граждан. Пусть событие A — выбранный человек одобряет антитабачный закон, событие B — выбранный человек курит.

- Чему равно $P(A)$?
- Чему равно $P(A|B)$?
- Чему равно $P(A|\bar{B})$?
- Можно ли из приведённого фрагмента вычислить, чему равно $P(B|A)$?

¹Задача заимствована из материалов курса «Математика и статистика (часть 1)» ОП «Политология».