

## Математические и статистические методы в психологии

### Задачи для самостоятельного решения (к КР1)

А. А. Макаров, А. А. Тамбовцева, Н. А. Василёнок, Е. П. Шеремет

*Не является типовым вариантом контрольной работы! Не стоит ожидать, что в контрольной работе будут такие же задачи с другими числами, но, если вы умеете решать эти задачи, значит, вы готовы к работе.*

**Задача 1.** Кирилл проводит эксперимент: сначала один раз бросает игральный кубик, а затем подбрасывает монетку два раза. Сколько существует элементарных исходов у такого эксперимента?

**Задача 2.** В рамках проекта по курсу «Социология» студенты составили опрос, состоящий из 15 вопросов, для каждого из которых есть 3 варианта ответа. Сколько существует вариантов заполнить опросный лист?

**Задача 3.** В команде по квиддичу три охотника, два загонщика, один ловец и один вратарь. Мадам Трюк случайным образом выбирает трех человек из команды. С какой вероятностью среди отобранных будет два охотника и один загонщик?

**Задача 4.** В междисциплинарной студенческой конференции приняли участие 16 студентов ВШЭ: 7 студентов факультета социальных наук, 5 студентов факультета экономических наук и 4 студента гуманитарных наук. Случайным образом выбираем 3 студентов для того, чтобы взять у них интервью. Найдите вероятность того, что все выбранные участники окажутся студентами одного факультета.

**Задача 5.** Для снятия напряжения после тяжелой учебной недели два друга, Альбер и Пьер, ходят заниматься дуэльным фехтованием. Вероятность того, что Альбер победит в более, чем половине поединков, равна 0.8, вероятность того, что Пьер победит в более, чем половине поединков, равна 0.4, вероятность того, что они оба победят в более, чем половине поединков, равна 0.3 (такое возможно, поскольку они сражаются с разными людьми).

- Проверьте, являются ли события «Альбер победит в более, чем половине поединков» и «Пьер победит в более половины поединков» независимыми.
- Найдите вероятность того, что хотя бы один из друзей победит в более, чем половине поединков.
- Найдите вероятность того, что ровно один из друзей победит в более, чем половине поединков.
- Найдите вероятность того, что ни один из друзей не победит в более, чем половине поединков.
- Найдите вероятность того, что только Альбер победит в более, чем половине поединков.
- Найдите вероятность того, что только Пьер победит в более, чем половине поединков.

**Задача 6.** Иван поступает в институт. Вероятность того, что он пройдет по конкурсу в вуз А, равна 0.3, вероятность того, что он пройдет по конкурсу в вуз В, равна 0.7, вероятность того, что он пройдет по конкурсу в вуз С, равна 0.5. Считая, что Иван может независимым образом пройти по конкурсу сразу в несколько вузов, найдите вероятность того, что он не поступит ни в один вуз.

**Задача 7.** Юля бросает игральный тетраэдр два раза. Событие А – «в первый раз выпало 3 очка», событие В – «в сумме за два броска выпало 4 очка».

- Найдите  $P(A \cap B)$ .
- Найдите  $P(A|B)$  и  $P(B|A)$ .
- Проверьте, являются ли события А и В независимыми.

**Задача 8.** В специализированную клинику поступают больные с одним из заболеваний: А, В и С: в среднем 50% больных с заболеванием А, 30% больных с заболеванием В, 20% больных с заболеванием С. Вероятности полного излечения этих болезней равны 0.95, 0.9 и 0.85 соответственно.

- Какова вероятность того, что выбранный наугад пациент клиники будет вылечен полностью?
- Больной, поступивший в клинику, не был полностью вылечен. Какова вероятность того, что он страдал заболеванием С?

**Задача 9.** В некоторой местности одинаковое число мужчин и женщин. Известно также, что 5% мужчин и 0.25% женщин – дальтоники. Наугад выбранный житель данной местности страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это – мужчина? <sup>1</sup>

**Задача 10.** В некоторой стране «золотой лихорадкой» больны 30% жителей. Экспресс-тест на эту болезнь дает ошибку на 10% больных и на 5% здоровых. По результатам тестирования очередного жителя страны известно, что он здоров. Какова вероятность того, что он на самом деле болен?

**Задача 11.** Дан ряд распределения случайной величины X:

X	-1	0	1	3
P	1/5	2/5	1/5	?

- Найдите математическое ожидание случайной величины X.
- Найдите математическое ожидание случайной величины  $X^2$ .
- Найдите дисперсию случайной величины X.

**Задача 12.** X и Y – независимые случайные величины с математическими ожиданиями  $E(X) = 3$  и  $E(Y) = -3$ . Найдите математическое ожидание следующих случайных величин:

- $V = 3X$ ;

<sup>1</sup>Источник: Е.С.Кочетков, С.О.Смерчинская. Теория вероятностей в задачах и упражнениях. Москва. 2011.

- (b)  $W = X + Y$ ;
- (c)  $U = 2X + 5Y$ ;
- (d)  $Q = 3X - 5Y + 9$ .

**Задача 13.** Совместное распределение двух случайных величин  $X$  и  $Y$  задано таблицей:

$X \backslash Y$	-2	0	2
-3	0.42	0.18	0.1
3	0.05	0.1	0.15

- (a) Найдите  $P(X = -3 \cap Y = -2)$ ,  $P(X = -3 | Y = -2)$ ,  $P(Y = 2 | X = 3)$ .
- (b) Выпишите маргинальные распределения вероятностей случайных величин  $X$  и  $Y$ . Являются ли случайные величины  $X$  и  $Y$  независимыми?
- (c) Запишите законы распределения случайных величин  $X + Y$  и  $X \cdot Y$ .

**Задача 14.** Совместное распределение двух случайных величин  $X$  и  $Y$  задано таблицей (с пропущенной вероятностью):

$X \backslash Y$	0	2
0	0.4	0.3
3	?	0.1

- (a) Выпишите маргинальные распределения вероятностей случайных величин  $X$  и  $Y$ . Проверьте, являются ли случайные величины  $X$  и  $Y$  независимыми.
- (b) Запишите закон распределения случайной величины  $V = X \cdot Y$ . Найдите  $E(V)$ .